Filtres et Amplis-Op (FAO)

Nicolas Lefebvre
Grace au cour d'Eva Duranton

13 février 2010

Disponible sur : http://pol.ima.free.fr

Logiciels utilisés :

Kile kile.sourceforge.net

©

Déf : **Filtres Passifs**
Un filtre est dit passif si il ne nécessite aucune source d'alimentation. Il est donc constitué uniquement de résistance, capacités et inductance. Il y a donc une impédance d'entrée qui n'est jamais infinie et une impédance de sortie qui n'est jamais nulle, les impédances varient en fonction de la fréquence. La fonction de transfert d'un filtre passif ne peut donc être définie qu'en association avec un générateur et une impédance de charge déterminée.

Fonction de transfert : La fonction de transfert sera définie soit par $\frac{V_2}{V_1}$ ou parfois $\frac{V_2}{e_g}$. Ces 2 définitions ne sont pas identiques ni même proportionnelles car l'impédance d'entrée dépend de la fréquence.
On cherche à réaliser l'adaptation d'impédance $Z_e = R_g$, mais cela n'est possible qu'à une seule fréquence.
À quelle fréquence ?

- Passe bas : impédance pour $f = 0$.
- Passe-bande : fréquence centrale.
- Coupe-Bande : fréquence centrale.
- Passe-haut : $f = +\infty$.

Dans ce cas on aura $V_1 = \frac{e_g}{2}$.
Le plus souvent on choisira $R_g = Z_i = 50\Omega$ ou 75Ω.
L'adaptation d'impédance permet d'avoir le meilleur transfert de puissance.

Atténuation Les filtres sont des atténuateurs qui sont actifs à certaines fréquences ou certaines bandes de fréquence. En dehors de ces fréquences le signal doit franchir le filtre avec une atténuation minimale $\rightarrow$ On vise un gain de 1 dans la bande passante. La gamme des fréquences dans laquelle le filtre domine le niveau du signal est appelé «bande affaiblie»(ou atténuée), l'autre bande est appelée «bande passante».
Les cellules de bases qui constituent les filtres possèdent très souvent des formes en ⊤, ⊓, ↱ ou ↰ .

1 Principaux critères de qualité ou les filtres.

1.1 Le gabarit du filtre

La relation évidente est la relation entre le gain et la fréquence $\rightarrow$ la bande passante = bande sans atténuation. Le plus souvent on considère que la bande passante s'étend jusqu'au point correspondant à $G_{max} - 3dB$ ou $\frac{A_{max}}{V_2}$.

Origine physique du $\frac{1}{V_2} \Rightarrow \frac{1}{2}$ en rapport de puissance.

Dans la Bande Passante (BP) on peut avoir des oscillations (variations, ondulations) La réponse du filtre décroit en passant par «une zone de transition»arrondie à la «bande coupée». C'est la région qui présent l'atténuation significative. L'autre paramètre important dans le domaine de la fréquence est le déphasage du signal de sortie par rapport à l'entrée.

Phase La phase est importante parce qu'un signal qui serait entièrement compris dans la BP sortirait du filtre entaché de distorsion si les temps de propagation ne sont pas identique pour toutes les fréquence τ_g (τ : temps et g car groupe) proportionnel $\frac{d\varphi}{d\omega}$. Donc φ doit évoluer de façon linéaire par rapport à la fréquence ω.
On parle de filtre à phase linéaire.

1.2 La fonction de transfert

-Chaque filtre est caractérisé par un gabarit (transparent 4). Le gabarit est la représentation graphique des conditions limites amplitudes-fréquence pour réaliser un filtrage donné.
La fonction de transfert est la représentation mathématique. Elle est l'intermédiaire indispensable entre le gabarit et le calcul des composants.

-Fonction de transfert $F(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$ avec p l'opérateur de Laplace $= \jmath\omega$ en régime sinusoïdal.

-L'ordre du filtre correspond à la valeur la plus élevée de l'exposant qui affecte p au dénominateur.

Ex cellule RC : $\frac{V_s}{V_e} = \frac{\frac{1}{C_p}}{\frac{R+1}{C_p}} = \frac{1}{1+RcP^1}$ => filtre d'ordre 1 et sa fréquence de coupure $\frac{1}{RC}$, sa pente est de -20dB/décade (facteur 10 en fréquence) ou -6dB / octave (facteur 2 en fréquence).

$$\frac{1}{1+\jmath\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}+(\jmath\frac{\omega}{\omega_0})^2}$$

FIG. 1 – Fonction transfert 2 filtres RC en cascade

$$\frac{1}{1+\jmath RC\omega+LC(\jmath\omega)^2}$$

FIG. 2 – Fonction transfert RLC

Ex : 2 cellules RC en cascades

$$\frac{V_s}{V_e}=\frac{V_s}{V_1}\frac{V_1}{V_e}=\frac{1}{1+RCp}\times\frac{C\parallel(R+C)}{R+C\parallel(R+C)}=\frac{1}{1+3RCp+R^2C^2p^2}$$

On obtient au final un filtre d'ordre 2, la pente sera de -40dB/décade.
Par extension , pour avoir un ordre 8 il faudra 4 ordres 2 en cascade.

Ces filtres sont caractérisés par :

- La fréquence de coupure.
- L'ordre du filtre (donc la pente décroissant donc des infos sur la bande de transition)
- le facteur de qualité Q qui intervient dans la fonction de transfert (Fig 1).
  Q est appelé le coefficient de surtension.

On parle aussi de facteur d'amortissement $\xi=\frac{1}{2Q}$

Pratique :

- Pour un filtre passe-bas (type RLC) : $Q=\frac{A_{r_{max}}}{A_{r_{f=0}}}$
- Pour un filtre passe-bande : $Q=\frac{f_0}{\Delta f}$

Plus Δf est grand plus Q est faible.

Exemple RLC : $f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ et $Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$.
Dans le circuit RC-RC $Q=\frac{1}{z}$ est constant mais dans la le branche RRC Q est variable.

1.3 Mise en cascade de filtres

Si l'on met directement 2 filtres en cascade le résultat de la fonction de transfert ne sera pas celle du circuit simple mis au carré, pour obtenir ce résultat il faut insérer un ampli-op monté en suivant entre les 2 parties du circuit.

2 Filtres plus complexes

2.1 Limites de la mise en cascade

Voir transparent 6 : même en mettant 32 cellules RC en cascade on obtiendra jamais le gabarit théorique de type «marche»($\urcorner$).

2.2 Les autres filtres

2.2.1 Butterwoth

Expression théorique de la fonction de transfert : $\frac{V_s}{V_e}=\frac{1}{\sqrt{1+(\frac{f}{f_c})^{2n}}}$ ou f_c est la fréquence de coupure et n l'ordre du filtre (aussi le nombre de pôles).

Augmenter le nombre de pôles revient à aplatir la BP et à raidir le flanc de descente.
Ce filtre est intéressant car il est le plus «plat»dans sa BP.

2.2.2 Tchebytchev

On peut augmenter la pente «descente»du filtre grâce à lui. Mais on crée des oscillations dans la BP (moins «plat»).s

Son expression mathématique nécessite 2 paramètres :

- Le nombre de pôles
- l'ondulation (ε, $\Delta(dB)$, $\varepsilon=\sqrt{10^{\frac{\Delta}{10}}-1}$)

$\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2 C_n^2(\frac{f}{f_c})}}$
Ou C_n est le polynôme de Tchebytchev de premier ordre et de degré n.

2.2.3 Bessel

Amélioration du filtre de Tchebytchev, utile si on a besoin d'une phase linéaire par exemple.