Ecole Polytechnique Universitaire de Lille
IMA4
25 Janvier 2008
Durée : 2 heures

DS DE TRAITEMENT DU SIGNAL

Sans documents : utiliser les formules proposées en annexe.

---

1) On considère un signal v(t) représenté par une impulsion d'amplitude V_0 et de largeur θ Figure (1)

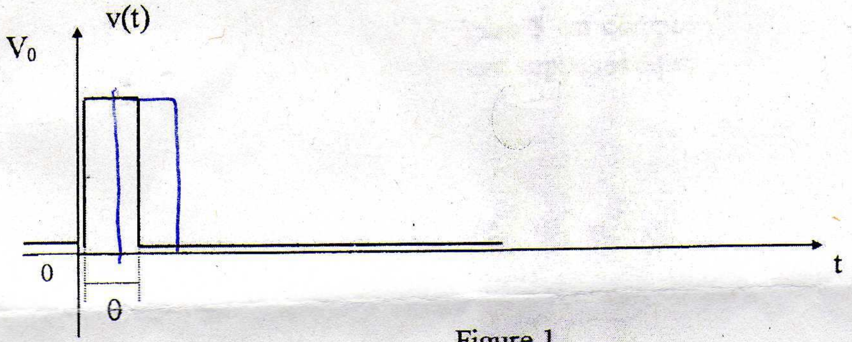

Figure 1

Calculer la fonction d'auto corrélation du signal et représenter $C_{vv}(\tau)$

2) Soit w(t) un signal tel que $$w(t) = v\left(t + \frac{\theta}{2}\right)$$
où v(t) est la fonction impulsion de la première question
Représenter w(t), calculer son spectre W(f) et donner sa représentation (préciser les unités)

3) Ce signal w(t) est traité par un filtre dont la fonction de transfert H(f) est donnée par le gabarit de la Figure 2

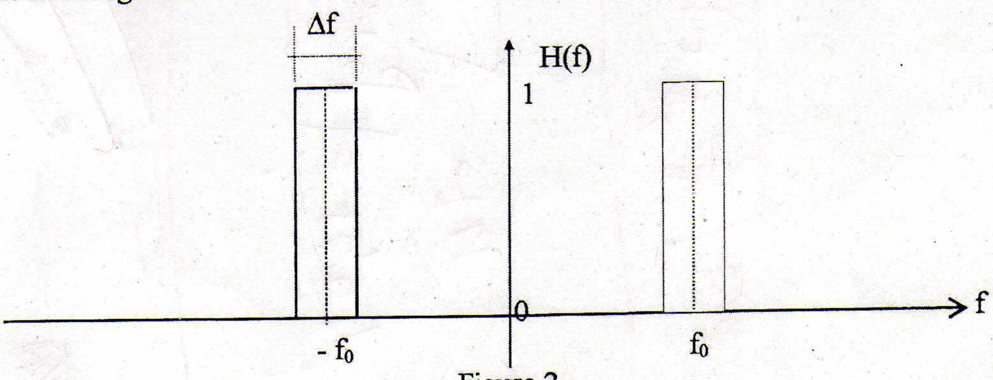

Figure 2

- sachant que l'impulsion a pour caractéristiques :

$V_0 = 10$ V $\qquad\qquad \theta = 1$ µs

- que le filtre a pour fréquence d'accord f_0 et bande passante Δf

$f_0 = 1.5$ MHz $\qquad\qquad \Delta f = 1$ kHz

a) Calculer le signal $\overline{w}(t)$ en sortie du filtre et montrer qu'il peut s'écrire avec une bonne approximation :

$$\overline{w}(t) \cong 2W(f_0)\Delta f \frac{\sin(\Pi \Delta f t)}{\Pi \Delta f t} \cos 2\Pi f_0 t$$

b) Calculer l'amplitude de cette réponse en t = 0

4) Le signal pseudo aléatoire $v_1(t)$ de la Figure 3 est composé d'impulsions pouvant prendre deux états $v1(t) = V_0$ et $v1(t) = 0$. Ces états sont supposés équiprobables. $V_0 = 10$ V, $\theta = 1$ µs.

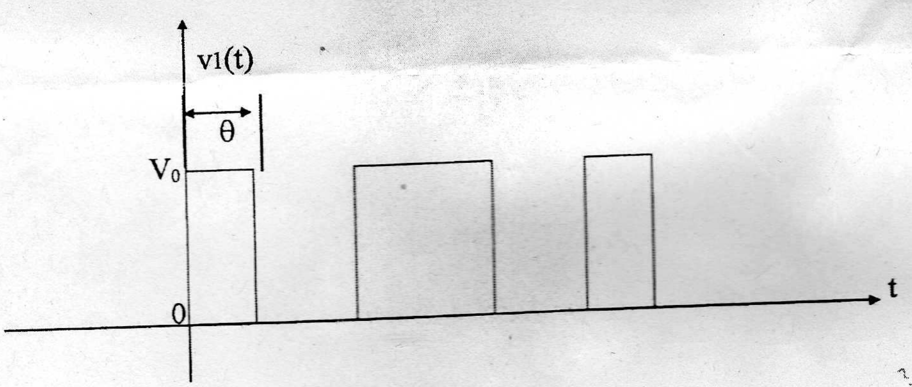

Figure 3

a) Calculer et tracer la fonction d'autocorrélation $C_{v1v1}(\tau)$ de ce signal

b) Déduire l'amplitude quadratique moyenne $\overline{V_1^2}$ et l'amplitude moyenne $\overline{V_1}$ du signal.

c) Calculer et tracer l'auto spectre $S_{v1v1}(f)$ du signal.

d) Calculer l'énergie totale du signal.

ANNEXE

Formules utiles à la résolution du problème

Fonctions d'auto corrélation

$$C_{vv}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} v(t)v(t+\tau)dt$$

$$C_{vv}(\tau) = E[v(t)v(t+\tau)]$$

Transformées de Fourier

$$V(f) = F[v(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t)e^{-j2\Pi ft}\,dt$$

$$v(t) = F^{-1}[V(f)] = \int_{-\infty}^{+\infty} V(f)e^{j2\Pi ft}\,df$$

Transformée de Fourier d'une fenêtre triangulaire y(t) de durée - θ à θ et d'a

$$Y(f) = Y_0\theta\left[\frac{\sin(\Pi f\theta)}{\Pi f\theta}\right]^2$$