Fonctions à plusieurs variables (FPV)

Nicolas Lefebvre, p2snico@gmail.com

17 octobre 2009

1 Discontinuité et Continuité

1.1 Discontinuité

Pour montrer qu'une FPV est discontinue il suffit de mettre que les limites en venant de differents "cotés" du point concerné ne sont pas égales :

$$\lim_{x \to 0} f(x,0) = 0 \text{ et } \lim_{x \to 0} f(x,x) = \frac{1}{2}$$

1.2 Continuité

Il faut chercher à majorer la fonction par une équation qui tend vers 0 en 0,0.

2 Dérivée partielle

- en x :
$$\lim_{h \to 0} \frac{f(0+h,0.) - f(0,0.)}{h} ? = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0) \text{ existe et vaut } (0,0)$$
- en y :
$$\lim_{k \to 0} \frac{f(0.,0+k) - f(0.,0)}{k} ? = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) \text{ existe et vaut } (0,0)$$

3 Différentiabilité

- Une FPV est différentiable si elle est la combinaison de fonctions continues qui admettent des dérivées partielles (ou C^∞).
- Si f est différentiable en $(0,0)$ alors sont application linéaire tangente est nécessairement $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

4 Application linéaire tangente

Elle est donnée en (x_0, y_0) par : ($dx \rightsquigarrow h$ et $dy \rightsquigarrow k$)

$$du = \frac{\partial u}{\partial x}(x_0,y_0)dx + \frac{\partial u}{\partial y}(x_0,y_0)dy$$